

Dużą ostrożność w kwestii liczb wymiernych można zaobserwować także w podręczniku WSiP¹²; bardzo krótki podrozdział *Przykłady liczb niewymiernych* zawiera nieco ambitniejsze zadanie dotyczące sum i iloczynów liczb wymiernych i liczb niewymiernych (ćwiczenie 3, s. 74).

Liczby rzeczywiste – czego brakuje w szkole podstawowej

Kompletnie nie rozumiem dużej niekonsekwencji – w PPM dla szkoły podstawowej mówi się o przedstawianiu liczb wymiernych w postaci ułamków dziesiętnych (skończonych lub nieskończonych od pewnego miejsca okresowych), a brakuje wzmianki o liczbach z rozwinięciami dziesiętnymi nieokresowymi. Taka wzmianka daje możliwość generowania w łatwy sposób przykładów liczb niewymiernych. Istnieją dwie definicje liczb niewymiernych:

- liczba jest niewymierna, jeśli jej rozwinięcie dziesiętne jest nieskończone i nieokresowe;
- liczba jest niewymierna, jeśli nie można jej przedstawić w postaci ilorazu liczb całkowitych.

Obie definicje są równoważne, chociaż do dowodzenia zdecydowanie bardziej nadaje się druga definicja. Nie domagam się „rozmuchiwania” problematyki wymierności (niewymierności), ale moim zdaniem powinno się spojrzeć na ten problem precyzyjnie, przytaczając obie definicje. Łatwo wtedy też o przykłady liczb niewymiernych, na przykład takie:

0,10100100010000..., 0,01001000100001..., 0,1234567891011121314...

Pierwsza definicja jest mało przydatna, trudno zapisuje się działania nawet na liczbach wymiernych, nie mówiąc o liczbach niewymiernych; spójrzmy na przykład:

jeśli $a = 0,(1)$, $b = 0,(13)$, to $a + b = 0,(24)$, $b - a = 0,(02)$ (obliczenie $a \cdot b$ pozostawiamy czytelnikowi jako ćwiczenie).

Oczywiście, do praktycznych obliczeń (przybliżonych), w których występują liczby niewymierne, na przykład do obliczania długości przekątnej kwadratu, obwodu koła, pola koła, bierze się przybliżenia liczb niewymiernych. Ale jednak świadomość, że

¹² Duvnjak Ewa, Kokiernik-Jurkiewicz Ewa, Wójcicka Maria, *Matematyka wokół nas. Gimnazjum. Podręcznik, klasa I, WSiP* (2015).

zawsze uzyskujemy wynik przybliżony i to, że możemy wziąć takie przybliżenie liczby niewymiernej, które minimalizuje błąd obliczeń, w głowie ucznia jest ważna.

Zgrabnie o liczbach wymiernych i liczbach niewymiernych napisano w podręczniku do 7 klasy WSiP¹³-u.

Liczba wymierna – można ją przedstawić w postaci ułamka zwykłego, którego licznik i mianownik są liczbami całkowitymi (przy tym mianownik musi być różny od zera). Wynika z tego, że każdą liczbę wymierną można także przedstawić w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub nieskończonego okresowego. I odwrotnie: każda liczba, która ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe, jest liczbą wymierną, gdyż może zostać przedstawiona w postaci ułamka zwykłego.

Na zakończenie tej części rysunek, który puentuje przedstawione dylematy.



Rozwinięcia dziesiętne niektórych liczb wymiernych

Przedstawimy, jak za pomocą kalkulatora można odkryć pewne prawidłowości. Na ekranikach przedstawiono dzielenia $1:9$, $4:9$, $8:9$, $1:99$, $13:99$, $47:99$ i wyniki tych dzieleni, a pod ekranikami zauważone prawidłowości.

¹³ Makowski Adam, Mastowski Tomasz, Toruńska Anna, *Matematyka 7. Podręcznik*, WSiP (2017).